Lima 11 de Febrero de 1975

Querido Newton:

ayer conocí a tu amigo el Ing. Oswaldo Dabhandt y su señora. Son muy simpáticos. Desgraciadamente, por un problema de dólares, han tenido que irse casi inmediatamente. Yo los quise invitar a almorzar a mi casa y enseñarles luego Lima, por la tarde, pero fue inútil. Me dicen que piensas venir pronto. Pero me dieron una noticia inquietante: que vienes la próxima semana. Sería conveniente que me avises con tiempo cuando vengas, para preparar todo. Te ruego que lo hagas de todas maneras. Creo que esta época no es muy buena porque estamos de vacaciones. Además la situación política, como ya estarás enterado por los periódicos, no es muy buena. Creo que la mejor época es a partir de la segunda semana de Abril. Naturalmente si quieres venir antes tendré, una gran alegría y se podrán hacer muchas cosas, tanto académicas como turísticas. Pero sería mejor que vinieras en Abril. Te ruego que me escribas a vuelta de correo informándome sobre la fecha exacta de tu venida. Desde ahora me preparo para las estupendas conversaciones que vamos a tener sobre lógica, filosofía matemática y sobre otras tantas cosas.

Hablando de lógica: tu última carta me dice exactamente lo que esperaba. Estaba seguro que esta vez <u>había dado en el clavo</u>. La <u>lógica de las constantes</u> (así la llamo ahora), es posible. Hay, por supuesto, problemas de detalle, pero fácilmente solubles. Por ejem, si uno tiene una fórmula como:

~~(vx)xw(wxx)(xwy)xF(xxy)wxwxFxyxwxw~~

(1) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)[F(x,y) \Rightarrow F(y,z)]$

uno tiene que expresarla poniendo subíndices no sólo a los cuantificadores sino también a los predicados:

(2) $\forall_1 \forall_2 \forall_3 [F_{1,2} \Rightarrow F_{2,3}]$

porque si uno no hace así, no puede diferenciarla de una fórmula como:

(3) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)[F(y,z) \Rightarrow F(x,y)]$

La notación de Bourbaky puede emplearse pero es incómoda, (toma mucho espacio) La mía tiene la ventaja de que reduce las fórmulas

(por otra parte Bourbaky no pensó que se pueda, en una lógica sin variables).

de manera radical.

Tengo clara conciencia del problema que plantea la interpretación de las fórmulas de una lógica de primer orden debido a que la estructura de interpretación puede tener como universo un conjunto no enumerable. Por cierto que he leído tu trabajo sobre los modelos α y los sistemas T y T^{*} .Me parece magnífico.Creo que es una contribución muy interesante(cuando vengas a Lima hablaremos sobre el problema de una fundamentación conjuntista de la teoría de las categirías).Pero ya conocía el problema antes de leer tu trabajo,pues había leído los dos trabajos de Robinson(1950 y 1951) y también el de Malcev escrito en 1936(publicado hace dos años por la North-Holland) en el que el gran mateteórico ruso utiliza una lógica proposicional con un conjunto de variables proposicionales de cualquier cardinalidad.

Utilizando una lógica de primer orden con un conjunto infinito no enumerable de constantes individuales se resuelve, naturalmente,el problema.Pero no es necesario hacer esto para resolverlo,pues basta pensar que una fórmula como:

(4) $C \Rightarrow F(\beta)$

se deriva en un sistema de primer orden sí y sólo si es un esquema que se especifica por fórmulas válidas.Si (4) es válida,entonces toda interpretación del lenguaje L al que pertenece resulta un modelo de ~~(4)xxxx~~ cualquier fórmula que especifique (4). Y si toda estructura es un modelo,ello quiere decir que si especifico (4) por digamos:

(5) $C \Rightarrow F(a)$

(5) será verdadera hayamos asociado "a" como la hayamos asociado con un elemento del universo de la estructura de interpretación.En consecuencia si "a" no denota un elemento de este universo en una interpretación, podrá siempre denotarlo en cualquier otra.De manera que si (4) es un esquema válido,,por definición, las fórmulas que se derivan de (4) tendrán que referirse a todos los elementos del universo de la estructura de interpretación. Y si (4) es derivable, :

~~(6)xtienexquexserxderivablex~~ (6) $C \Rightarrow (\forall\alpha)F(\alpha)$

tiene que ser derivable. Desde luego en cada nueva interpretación sólo hay que hacer variar la denotación de las constantes individuales y mantener constante la denotación del predicado con que se ha especificado F..

~~pues, conservar la interpretación de F constante, es decir, haciendo que denote siempre el mismo atributo A_j de A, y variando la interpretación de las constantes individuales, resulta que F(a), F(b),...... son proposiciones verdaderas que expresan que el atributo A_j denotado por F se aplica a todos los elementos de U de E, aunque U sea no enumerable, pues si esto no sucede (4) no es un esquema válido.~~

~~Una interpretación~~

Dos interpretaciónes en las que F denota el mismo atributo A_j de la misma estructura E pero las constantes individuales del sistema denotan elementos diferentes del universo de E, las llamo interpretaciones homocategoremáticas(del griego ὁμός igual y κατηγόρημα, predicado). Para no ser tan largos, llamémoslas categoremáticas. Ya habrás comprendido que el concepto de interpretaciones categoremáticas permite definir el concepto de verdad de una fórmula como $(\forall x)F(x)$ en relación a una estructura E bajo una interpretación I de manera más intuitiva, más elegante y más pedagógica que la utilización de sucesiones infinitas enumerables de elementos del universo U(que es el procedimiento usual). Fue el concepto de interpretaciones categoremáticas lo que me dio la clave para resolver el problema de la justificación de la regla :

(6) si $C \Rightarrow F(\beta)$ es derivable, entonces $C \Rightarrow (\forall\alpha)F(\alpha)$ es derivable(con el proviso de que C no sea un esquema de la forma $G(\beta)$)

sin necesidad de utilizar un lenguaje con un conjunto no enumerable de constantes individuales.

No quiero terminar esta carta sin agradecerte profundamente toda la ayuda que me has brindado. Ha sido una ayuda fundamental para que mi libro haya podido culminar la línea de esclarecimiento pedagógico y de orientación racionalista que lo ha inspirado. Las cartas que me has enviado sin demorarte nunca, el hecho de haber perdido tu precioso tiempo en leer cosas para tí elementales, la generosidad con que has sabido criticarme y hacerme ver los errores cometidos, comprometen mi gratitud. Por eso he decidido no sólo agradecerte en el prólogo sino dedicarte el libro.

Esta semana te envío, por fin, los originales con una carta detallada explicándote lo necesario para que puedas leerlos con facilidad.

Con un cordial abrazo

F. Miró Quesada

P.S. No caigas en la distracción filosófica y avísame con tiempo la fecha exacta de tu venida!!!

otro P.S.: no creo que sean necesarios los paréntesis.- Como muestra [illegible] los paréntesis no son sino [illegible]