A) Questões para resolver em casa (até 9/7/97).

I) Seja S o sistema dado pelos postulados:

1) $\alpha \to (\beta \to \alpha)$

2) $(\alpha \to \beta) \to ((\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to (\alpha \to \gamma))$

3) α , $\alpha \to \beta$ / β

4) $(\neg \beta \to \neg \alpha) \to (\alpha \to \beta)$

a) Mostre que o postulado 4 é independente em S

b) Seja $\mathcal{F}$ o conjunto de todas as fórmulas da linguagem proposicional cujo vocabulário contém letras sentenciais e os conectivos '$\neg$' e '$\to$', dados com suas condições de verdade usuais. Mostre que, para toda $\alpha \in \mathcal{F}$, α é um teorema de S se e só se α é uma tautologia.

II) Seja $\mathcal{L}_{\vee}$ a linguagem formada por letras sentenciais e o conectivo '$\vee$', dado com sua condição de verdade usual. Mostre que $\mathcal{L}_{\vee}$ não é funcionalmente completa.

III) Seja Γ o conjunto das fórmulas do cálculo proposicional clássico que não contêm ocorrências de '$\neg$'.

a) Mostre que Γ é consistente funcionalveritativamente.

b) Γ tem a propriedade básica dos conjuntos saturados em C, a saber: para toda fórmula α da linguagem C (i.e., do cálculo clássico), $\alpha \in \Gamma$ se e só se $\Gamma \vdash_C \alpha$? Por que ?

IV Seja Γ o conjunto das fórmulas do cálculo de predicados com identidade que não contêm ocorrências de '$\neg$'.

a) Mostre que Γ é consistente

b) De que tamanhos podem ser os universos dos modelos de Γ? Por que?.

B) Questões para resolver em classe:

1) $\vdash_C A \to \neg\neg A$

2) $\neg B \to \neg A \vdash_C A \to B$

3) $(A \vee B) \to C \vdash_C A \to C$

onde C é o cálculo proposicional clássico, ou seja, o cálculo dado pelos 11 postulados abaixo:

1) $(\alpha \to (\beta \to \alpha))$
2) $((\alpha \to \beta) \to ((\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to (\alpha \to \gamma)))$
3) $\alpha, \alpha \to \beta / \beta$
4) $((\alpha \wedge \beta) \to \alpha)$
5) $((\alpha \wedge \beta) \to \beta)$
6) $(\alpha \to (\beta \to (\alpha \wedge \beta)))$
7) $(\alpha \to (\alpha \vee \beta))$
8) $(\beta \to (\alpha \vee \beta))$
9) $((\alpha \to \gamma) \to ((\beta \to \gamma) \to ((\alpha \vee \beta) \to \gamma)))$
10) $((\alpha \to \beta) \to ((\alpha \to \neg\beta) \to \neg\alpha))$
11) $(\neg\neg\alpha \to \alpha)$